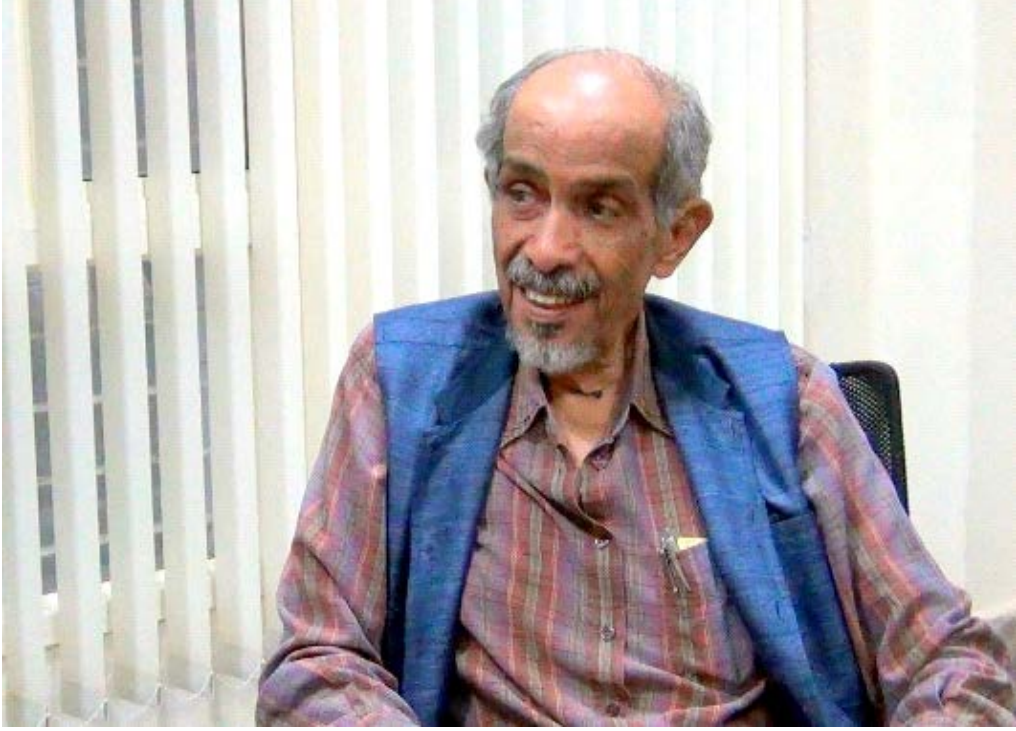


बादलों के ऊपर

रोद्धम नरसिंह के साथ बातचीत



आरएन के नाम से लोकप्रिय, रोद्धम नरसिंह एक बहुमुखी वैज्ञानिक हैं जिनका लगभग पूरा शैक्षणिक कैरियर भारत में, विशेषकर बेंगलुरु में रहा है। वे विज्ञान की पूर्वी और पश्चिमी दोनों प्रणालियों में बड़े सहज रूप से कार्य करने वाले एक दुर्लभ संयोजन का प्रतिनिधित्व करने वाले व्यक्ति हैं। भारत को एक सक्षम वैज्ञानिक शक्ति के रूप में स्थापित करने वाली कई स्वदेशी परियोजनाओं में उनका प्रमुख स्थान है। उनकी सेवाओं के लिए उन्हें 2013 में भारत के दूसरे सर्वोच्च नागरिक सम्मान 'पद्म विभूषण' से सम्मानित किया गया। वर्तमान में, वह जवाहरलाल नेहरू सेंटर फॉर एडवांस साइंटिफिक रिसर्च, बेंगलुरु में डीएसटी ईयर-ऑफ-साइंस प्रोफेसर हैं।

इस साक्षात्कार का पहला भाग भावना के अप्रैल 2017 अंक में छपा था। आरएन ने साक्षात्कार के इस दूसरे और अंतिम भाग के लिए जुलाई 2017 में भावना से जुड़े संपादकों से बात की।

कैलटेक पहुँचना और स्पुतनिक का प्रक्षेपण

आज हमारे साथ जुड़ने के लिए तथा समय निकालने के लिए भावना की टीम की ओर से आपका धन्यवाद।

आरएन: यह मेरे लिए खुशी की बात है।

हमारे अप्रैल 2017 के अंक के लिए आपके साक्षात्कार के पहले भाग में, हमने आपकी बेंगलुरु में परवरिश और प्राचीन भारतीय विज्ञान पर आपके कुछ विचारों पर बातचीत की। आज हम कैलिफ़ोर्निया इंस्टीट्यूट ऑफ़ टेक्नोलॉजी [कैलटेक] में बिताए आपके समय, और आईआईएससी में वापस आने के बाद आपकी शोध-रुचियों के बारे में बात करना चाहते हैं।

तो, आपने अपनी पीएचडी 1957 में शुरू की?

आरएन: हाँ।

1957 में ही स्पुतनिक लॉन्च किया गया था। उस समय कैलटेक में कैसा माहौल था? यह अंतरिक्ष की दौड़ कही जाने वाली शुरुआत थी। क्या इसने आपकी पीएचडी के दौरान कैलिफ़ोर्निया और उसके आसपास हुए शोधों को प्रभावित किया?

आरएन: हाँ, मुझे लगता है कि इसका संयुक्त राज्य अमेरिका पर गहरा प्रभाव पड़ा। वास्तव में, स्पुतनिक का प्रक्षेपण, पीएचडी के लिए मेरे पंजीकरण के एक सप्ताह के भीतर हुआ। [हँसते हुए] मैं यह सोचकर वहाँ गया था कि मैं अशांत प्रवाह पर काम करूँगा। वास्तव में, सर्वप्रथम मुझे वायुगतिकीय शोर(aerodynamic noise) से संबंधित विषय पर शोध प्रारम्भ करना पड़ा। उस समय एक समस्या यह थी कि जेट इंजन बहुत अधिक शोर कर रहे थे, और यह एक वैज्ञानिक के साथ-साथ एक प्रौद्योगिकी समस्या दोनों के रूप में बहुत ही सक्रिय क्षेत्र था।

हालाँकि, इस तथ्य का, कि संयुक्त राज्य अमेरिका से पहले रूसियों ने वास्तव में एक कृत्रिम उपग्रह लॉन्च किया था, अमेरिकियों पर गहरा प्रभाव पड़ा। मुझे अभी भी याद है कि जब रूसियों ने स्पुतनिक के प्रक्षेपण की घोषणा की थी, तो बहुत कम लोगों ने इस पर विश्वास किया था। रूसियों ने कहा कि आप एक विशेष आवृत्ति पर एक बीप सुन सकते हैं, जिससे यह निर्णायक रूप से साबित होगा कि उपग्रह वहाँ था। लेकिन कई अमेरिकियों ने कहा कि बीप तो कहीं से भी आ सकती है और हम यह नहीं जानते कि यह उपग्रह से आ रही है या नहीं। इसलिए अंत में रूसियों ने घोषणा कर के बताया कि स्पुतनिक विभिन्न शहरों में क्षितिज पर कब दिखाई देगा।

उदाहरण के लिए, उसने बताया कि यह किसी एक निश्चित दिन में, जैसे कि शाम 6:35 पर लॉस एंजिल्स में पश्चिमी क्षितिज पर दिखाई देगा।

मुझे वह दिन बहुत अच्छी तरह से याद है जब कैलटेक में हर कोई, कैलटेक के अध्यक्ष से लेकर चौकीदारों तक, सब वहाँ यही सोच रहे थे कि क्या वे आसमान में उस चमकीली छोटी सी चीज को देख पाएँगे। सभी छतें भरी हुई थीं, और हर जगह लोग थे। तब, ठीक घोषित समय पर, यह तुरंत क्षितिज पर आ गया। इसका वेग इसकी गति को समझने के लिए पर्याप्त था, बहुत तेज नहीं क्योंकि यह बहुत दूर था।

आरएन अपने कैलटेक दिनों के दौरान सौजन्य रोडम नरसिंह



तो आप वास्तव में स्पुतनिक देख सकते थे, और फिर तो संयुक्त राज्य में रातोंरात सब कुछ बदल गया। अमेरिकियों को अब यह यकीन था कि रूसियों ने वास्तव में यह कर दिया था। अन्य स्थानों पर भी यही अनुभव दोहराया गया होगा। यह एक निर्णायक मोड़ था क्योंकि इसे संयुक्त राज्य अमेरिका के लिए एक राष्ट्रीय चुनौती के रूप में देखा गया था। इसलिए, उन्होंने अंतरिक्ष कार्यक्रम शुरू करने के लिए खुद को बहुत जल्दी व्यवस्थित किया।

अन्य चीजों में से एक, जो मुझे प्रभावित करती है वह यह कि उन परिवर्तनों को बहुत जल्दी किया गया था, और उन्होंने वास्तव में वैमानिकी अनुसंधान कार्यक्रमों के लिए बजट में भारी कटौती की थी। वहाँ एयरोनॉटिक्स कार्यक्रम को जो अबतक भारी बजट प्राप्त हुआ करता था, उसमें काफी कटौती कर दी गई थी, और इसका बहुत सा हिस्सा अंतरिक्ष के लिए तैयारी की दिशा में खर्च किया गया था। विभिन्न विभागों में अनुसंधान कार्यक्रम बदल गया, और कई वैमानिकी विभाग, अंतरिक्ष यात्री और वैमानिकी विभाग बन गए, और वे नई समस्याओं पर काम करने लगे।

आप वास्तव में स्पुतनिक देख सके थे, और फिर संयुक्त राज्य में रातोंरात सब कुछ बदल गया

अब, मैंने जेट शोर समस्या पर काम किया और मैंने वस्तुतः एमआईटी के एक अतिथि प्रोफेसर, प्रोफेसर एरिक एल मोलो-क्रिस्टेंसेन के साथ-साथ अपने सलाहकार हंस लीपमैन के साथ काम किया। हमने उस काम को पूरा किया और इसे प्रकाशन के लिए प्रस्तुत किया- यह जर्नल ऑफ फ्लूइड मैकेनिक्स¹ में प्रकाशित हुआ था। जहाँ तक मेरे सलाहकार का सवाल था, वह इसे मेरी थीसिस के रूप में लेने के लिए तैयार थे। मैंने उस पर शायद डेढ़ साल लगाया। हालाँकि, उस कम समय के भीतर, मैं वास्तव में जो कुछ भी सीखने के लिए कैलटेक में आया था, वह नहीं

This article was first published in *Bhāvanā*, the mathematics magazine, as [Aakaasha Raaya, Roddam Narasimha](#) in Conversation and is translated and republished here with permission.

सीखा था। मैं कुछ और करना चाहता था जो भारत में बहुत आसानी से नहीं किया जा सकता था।

जेट शोर की समस्या, काम करने के लिए एक दिलचस्प समस्या थी लेकिन यह पर्याप्त रूप से चुनौतीपूर्ण नहीं थी। इसलिए मैं उस समय काफी हैरान था जब लीपमैन ने कहा कि "यदि तुम अपनी डिग्री प्राप्त करना चाहते हैं, तो तुम इस पर अपनी थीसिस लिख सकते हो। और उसके बाद एक पोस्टडॉक के रूप में यहाँ रह सकते हो।" लेकिन मैंने कहा, "देखिए, मुझे लगता है कि मुझे कुछ और करने की ज़रूरत है और मुझे कुछ और सीखने की ज़रूरत है।" उस समय, वे कम घनत्व वाली गैस की गतिशीलता पर काम करना शुरू कर रहे थे। यह अंतरिक्ष के प्रादुर्भाव के प्रभावों में से एक था।

उपग्रह आमतौर पर आकाश में सैकड़ों किलोमीटर की दूरी पर होते हैं, और सामान्य नेवियर-स्टोक्स समीकरण वहाँ लागू नहीं होते हैं। आपको इस मामले में बोल्ट्जमैन के समीकरण को हल करना होता है, इसलिए अचानक इस समीकरण में सबको दिलचस्पी होने लगी। कुछ लोग ऐसे थे जो हमेशा इस पर, इस दिशा में काम कर रहे थे, और इसलिए यह पूरी तरह से नया तो नहीं था, लेकिन इस पर जोर काफी तेजी से बढ़ा।

मेरे सलाहकार, हंस लीपमैन, वास्तव में प्रशिक्षण द्वारा एक भौतिक विज्ञानी थे और उनके लिए, बोल्ट्जमैन समीकरण नया नहीं था। उन्होंने इसके बजाय इसे कुछ ऐसा करने के अवसर के रूप में देखा जो वास्तव में सीधे उनके प्रशिक्षण से आया था - और यहाँ तक कि जर्मनी में, उनके एक गुरु, एडगर मेयर, लुडविग बोल्ट्जमैन के छात्र भी थे।

इसलिए लीपमैन ने दुर्लभ गैस गतिकी (rarefied gas dynamics) में एक शोध कार्यक्रम स्थापित करने का फैसला किया, और मैंने कहा कि मैं उस विषय पर काम करना चाहूँगा। वे वास्तव में एक छिद्र के माध्यम से प्रवाह पर माप की एक श्रृंखला बना रहे थे, जिसमें उस पूरे रेंज को कवर किया गया था, जहाँ से नेवियर-स्टोक्स और यूलर समीकरण मान्य हैं, वहाँ से लेकर, जहाँ तक वे पूरी तरह से अमान्य हैं। वह एक छोटे से उपकरण में पूरी रेंज को कवर कर सकता था - यह एक भौतिक विज्ञानी का प्रयोग था। [हँसते हैं]

इसलिए उन्होंने इन मापों को बनाया और उन्हें सभी परिणाम निरंतरता के साथ में प्राप्त हुए, जो कि यूलर के सिद्धांत से सहमत थे। दूसरी तरफ, यह डेनमार्क के वैज्ञानिक मार्टिन नूड्सन की भविष्यवाणी से सहमत था। लेकिन बीच में, सब नया था और किसी भी ज्ञात सिद्धांत द्वारा हल नहीं किया जा सकता था। इसलिए मैंने यह देखने के प्रयास का प्रस्ताव किया कि क्या मैं निरंतरता के मुक्त-अणु छोर की ओर कुछ कर सकता हूँ - लगभग एक मुक्त अणु के साथ।

कंप्यूटिंग के लिए वे अभी भी शुरुआती दिन थे। कैलटेक में एक कंप्यूटर था, लेकिन उसका बहुत अधिक उपयोग नहीं होता था। वास्तव में, कैलटेक के कुछ वरिष्ठ संकाय सदस्यों ने कंप्यूटर का उपयोग करने के लिए विशेष रूप से मंजूरी नहीं दी थी क्योंकि वे मानते थे कि इससे हमारा विश्लेषणात्मक कौशल नीचे गिर जाएगा। [हँसते हैं]

दुर्लभ गैस गतिशीलता और बोल्ट्जमैन समीकरण

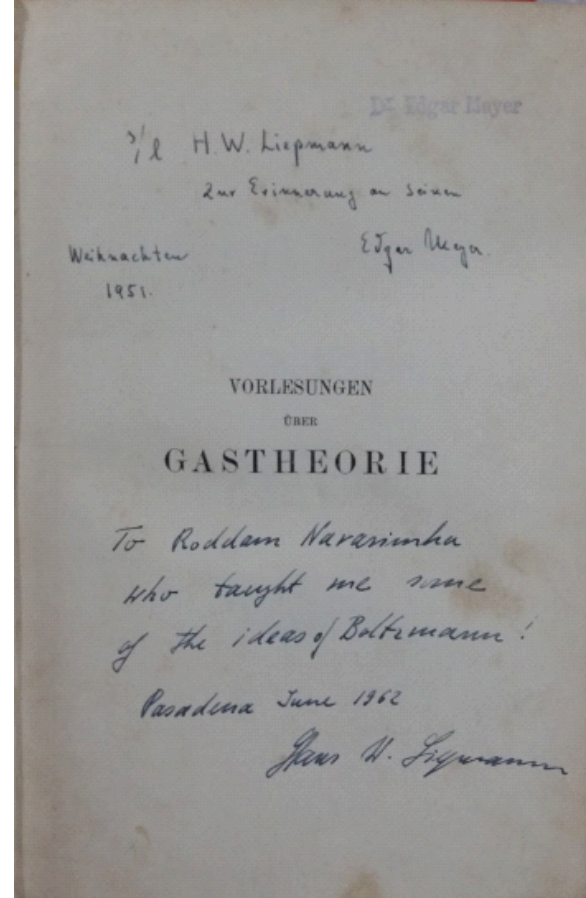
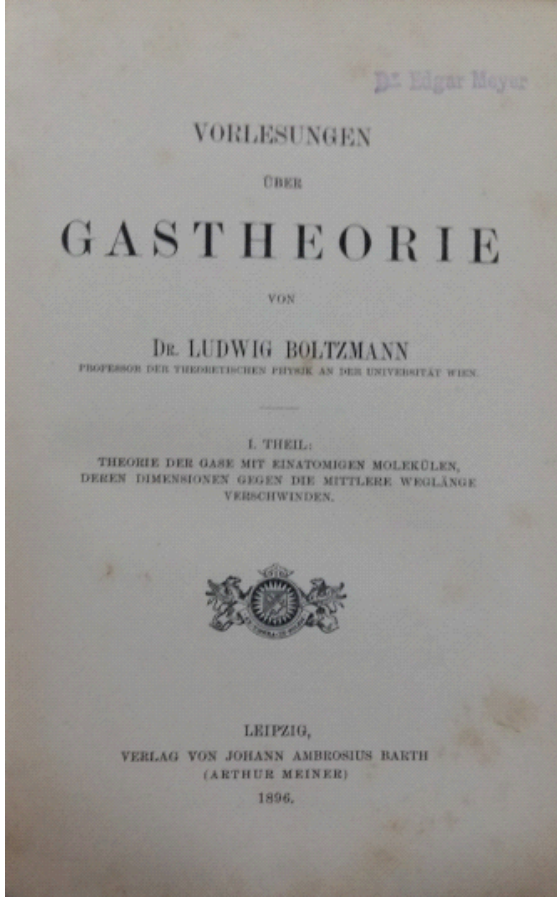
क्या पाको लेगरस्ट्रॉम उस समय कैलटेक में थे?

आरएन: हाँ। लेगरस्ट्रॉम विश्लेषणात्मक सोच में वास्तव में बहुत मजबूत थे। वह उन लोगों में से एक थे जिन्हें लगा कि कंप्यूटिंग के आगमन के साथ, किसी की विश्लेषण की शक्तियों में कमी आ सकती है और लोग धीरे-धीरे भूल जाएँगे कि उपयोगी विश्लेषणात्मक परिणाम कैसे प्राप्त करें। वे वास्तव में गलत नहीं थे। ऐसा वास्तव में हुआ है। मेरा मतलब है कि कम लोग अब उस तरह का विश्लेषण करते हैं जो 1950 और 60 के दशक में किया जा रहा था। जबकि स्वयं विश्लेषण में प्रगति हुई होगी, अब बहुत से लोग, यदि वे गणना कर सकते हैं, वे शायद विश्लेषण से बचेंगे। निश्चित रूप से इंजीनियर - यदि आप कंप्यूटिंग द्वारा परिणाम अधिक आसानी से प्राप्त कर सकते हैं, तो अनुमानित विधि का क्या उपयोग है? जिन अनुमानित तरीकों को एयरोनॉटिक्स में एक छात्र के रूप में मैंने सीखा, वे अब बहुत कम उपयोग में हैं। [हँसते हैं] उनमें से कई उत्तर अब एक बटन दबाकर प्राप्त किए जा सकते हैं।

कम लोग अब उस तरह का विश्लेषण करते हैं जो 1950 और 60 के दशक में किया जा रहा था

कैलटेक में वे वर्ष कंप्यूटिंग युग की शुरुआत के रूप में माने गए थे। लेकिन मैंने उन लगभग मुक्त-अणु प्रवाहों के बारे में एक पारंपरिक अनुमानित गणना की, और मुझे यह प्रतीत हुआ कि मैं सही धारणाएँ बना रहा हूँ। वैसे, गणना में बीजीके (भटनागर, ग्रॉस और क्रूक) मॉडल का इस्तेमाल किया गया था - वही भटनागर जिन्होंने, मेरे भारत आने तक, आईआईएससी में अनुप्रयुक्त गणित विभाग की स्थापना की थी। मैं आगे बढ़ा और लीपमैन से कहा कि मैं अपनी थीसिस के लिए यही करना चाहूँगा। उन्होंने कहा, "ठीक है, करो!" और यही मैंने किया। वह भी एक दिलचस्प कार्य था और मैंने इसे प्रकाशित भी किया।² लेकिन पीछे देखते हुए, मुझे लगता है कि मैंने इस काम के महत्व को कम करके आँका था और मैंने जो भी धारणाएँ बनाई थीं, उन सभी पर मैंने विस्तार से मनन नहीं किया। जब मैंने एक गणना की और एक परिणाम मिला, जो मापों के अनुकूल था, तब वही पर्याप्त लग रहा था। इसलिए मैंने एक नोट प्रकाशित किया।

This article was first published in *Bhāvanā*, the mathematics magazine, as [Aakaasha Raaya, Roddam Narasimha](#) in Conversation and is translated and republished here with permission.



बोल्टज़मैन की पुस्तक, बोल्ट्सुन्गेन अबर गैसथ्योरी की प्रति, जो एडगर मेयर से हंस लीपमैन को और उनसे आरएन को भेंट की गई थी। सौजन्य रोद्धम नरसिंह

मुझे बाद में पता चला कि उसी वर्ष एक अंतर्राष्ट्रीय दुर्लभ गैस गतिकी की बैठक हुई थी, लेकिन मैंने वहाँ कोई पेपर प्रस्तुत नहीं किया था। मैं वहाँ सिर्फ यह देखने के लिए गया कि वह कैसी चल रही थी। यहां तक कि मैं पंजीकृत भी नहीं था, और जब मैं उस व्याख्यान कक्ष में गया तो देखा कि वहाँ एक बड़ा वरिष्ठ व्यक्ति दर्शकों को बता रहा था, कि नरसिंह गलत था, वो सुनते ही मैं घबरा गया। [हँसते हैं]

क्या यह कैलटेक में हो रहा था?

आरएन: कैलटेक में नहीं। यह बर्कले में हो रहा था। मैं सिर्फ अपने लिए अटेंड करने बर्कले गया था। मेरे पास तब तक एक कार थी।

वास्तव में मेरे तो पैर तले जमीन खिसक गई थी। मैं तुरंत वापस आ गया [हँसते हुए], और लीपमैन से कहा कि फलों कहता है कि मेरी गणना गलत है। तो उन्होंने कहा, "अच्छा, क्या आपको लगता है कि वह सही हैं?" मैंने कहा, "नहीं, वह सही नहीं हैं। उन्होंने उस अनुमान को

This article was first published in *Bhāvanā*, the mathematics magazine, as [Aakaasha Raaya, Roddam Narasimha](#) in Conversation and is translated and republished here with permission.

नहीं समझा है जिस पर मैंने विचार किया है।" मेरे सलाहकार ने कहा, "ठीक है, आपने गणित के एक भाग पर काम किया है। अब, विभाग में गणितज्ञों के साथ जाकर चर्चा करें।" विभाग में दो गणितज्ञ थे-पैको लेगरस्ट्रॉम और जूलियन कोल। मैंने उन दोनों से बात की और काफी चर्चा के बाद दोनों ने प्रमाणित किया कि मैंने जो किया है वह ठीक था। इसलिए मेरे पास अब दो सहयोगी थे, जो अच्छे और प्रतिष्ठित गणितज्ञ थे।



आरएन अपनी कार के साथ सौजन्य रोदम नरसिंह

बर्कले के वक्ता कुछ हफ्तों बाद कैलटेक में आए, और हमने इसके बारे में विस्तार से लंबी चर्चा की। यह तथ्य कि मेरे पक्ष में दो सहयोगी थे जो गणित जानते थे, और साथ ही गणित के मेरे स्पष्टीकरण, दोनों ने साथ मिलकर उन्हें इस मुद्दे के बारे में दोबारा विचार करने के लिए मनाया, और सौभाग्य से उन्होंने अपना पेपर वापस ले लिया। तथ्य यह था कि मेरे पेपर के छपने के बाद, उन्होंने कुछ गणना की और उन्हें एक अलग उत्तर मिला। खैर, उसने मुझे एक सबक सिखाया और बाद में इस पर एक लंबा पेपर लिखा गया था।³बोल्ट्जमैन समीकरण को हल करने में सक्षम होने के कारण मेरा विश्वास बढ़ गया क्योंकि मैंने देखा कि इससे पहले किसी ने भी वह गणना नहीं की थी।

क्या इसी ने आपको कंपनियों में परामर्श देने के संदर्भ में प्रमुख जगह दिलाई थी?

आरएन: हाँ, शायद, लेकिन स्पृतनिक प्रभाव भी था, जिसके कारण जल्द ही बड़ी संख्या में निजी कंपनियों की स्थापना हुई। उन्हें भौतिकी की उन समस्याओं पर नासा से अनुबंध मिलते, जिनसे नासा का पहले कभी सामना नहीं हुआ था।

तो वे उस युग के स्टार्टअप की तरह थे?

आरएन: बिल्कुल। वे उस युग के स्टार्टअप थे, और वे आमतौर पर भौतिकविदों द्वारा चलाए जाते थे।

क्या इनमें से कोई अभी भी है?

आरएन: ज्यादातर, नहीं। लेकिन नासा के कार्यक्रम ने काफी विस्तार किया और उन कंपनियों में से

कुछ वास्तव में काफी बड़ी बन गई, लेकिन उनमें से एक जिसने सलाह देने के लिए मुझे पकड़ रखा था, वह एक भौतिक-विज्ञानी द्वारा स्थापित की गई थी।

मैंने दुर्लभ गैस गतिकी पर बहुत काम किया, और इसे करने में मजा आया

वैसे, मैंने जिन पेपरों का उल्लेख किया था, उनमें से एक बोल्ट्जमैन समीकरण के साथ जुड़े एक अन्य विषय के साथ करना था, जो गणित का एक शुद्ध भाग था। इससे पता चला कि एक निश्चित अणु प्रवाह में, कुछ दशाओं में, आपके पास नेवियर-स्टोक्स प्रकार के सारभूत संबंध होंगे। यह वास्तव में बहुत हास्यास्पद था क्योंकि मैंने जो थोड़ा सीखा था, उसमें एक मुक्त अणु प्रवाह एक निरंतर प्रवाह से पूरी तरह से अलग है, और हमें अणुओं को ध्यान में रखना होगा। लेकिन अगर आप एक बादल को एक वैक्यूम में विस्तारित करते हैं, तो ऐसा होता है कि, परिस्थितियों के संयोजन से, परिणामस्वरूप प्रवाह ऐसा व्यवहार करता है जैसे कि यह एक श्यानता और चालकता के साथ एक निरंतर माध्यम हो, हालाँकि, दोनों, समय-निर्भर हैं। इस प्रकार, यह गैस का गुण नहीं है, बल्कि यह उस समय पर निर्भर करता है जिसमें इसका विस्तार शुरू होने के बाद समाप्त हो गया है।

अपनी कंसल्टेंसी पर वापस बात करते हैं, इस समय के आसपास, एक नई कंपनी के अध्यक्ष ने मुझे बुलाया। मैंने उनसे यह भी बताया कि मैं क्या कर रहा था, और उन्हें इसमें बहुत दिलचस्पी हुई। मैंने उन्हें एक प्रारंभिक स्क्रिप्ट भेजी, जो उनके लिए, मेरे केवल एक छात्र होने के बावजूद, मुझे नियुक्त करने के लिए पर्याप्त थी, क्योंकि उस समय बोल्ट्जमैन समीकरण पर बहुत लोग काम नहीं कर रहे थे। बस बहुत समय पहले एक पेपर⁴ प्रकाशित हुआ था।

मैंने इन सभी चीजों को अंततः एक साथ रखा, और अपनी थीसिस जमा की और डिग्री⁵ प्राप्त की। लेकिन जेपीएल [जेट प्रोपल्शन लेबोरेटरी], जो कि एक नासा लैब है, अंतरिक्ष अनुसंधान में शामिल हो गई और वे इस काम में बहुत रुचि भी ले रहे थे। जिस प्रकार मैं इस कंपनी का सलाहकार था, उसी तरह जेपीएल में एक वैज्ञानिक भी था जो मेरे पास आया था। अपनी थीसिस में मैंने कहा था - जैसा कि मुझे पर्याप्त विश्वास था- कि अब हम एक शॉकवेव की संरचना को समझने के लिए बीजीके मॉडल को हल कर सकते हैं, लेकिन यह एक कंप्यूटर पर करना होगा।

यह उस समय की बड़ी समस्याओं में से एक थी क्योंकि एक शॉकवेव को आमतौर पर भौतिक निरंतरता में एक विशिष्ट विराम के रूप में सोचा गया था। यह वास्तव में नहीं है, क्योंकि इसमें एक गैर-शून्य मोटाई है और इसलिए यह वास्तव में एक अनिरंतरता नहीं हो सकती है, लेकिन यह बहुत पतले हैं, औसतन मुक्त पथ के क्रम के हैं। इसका मतलब है कि आपको वास्तव में बोल्ट्जमैन समीकरण के साथ काम करना होगा - आप नेवियर-स्टोक्स समीकरणों का उपयोग नहीं

This article was first published in *Bhāvanā*, the mathematics magazine, as [Aakaasha Raaya, Roddam Narasimha](#) in Conversation and is translated and republished here with permission.

कर सकते। नेवियर-स्टोक्स समाधान उपलब्ध हैं, लेकिन वे मजबूत शॉक्स के लिए सही नहीं हो सकते।

शॉकवेव्स की संरचना

ऐसी कौन सी परिस्थितियाँ हैं जो इस तरह के शॉकवेव्स को बढ़ाएंगी? क्या आप सुपरसोनिक उड़ान के बारे में बात कर रहे हैं, या अन्य उदाहरण भी हैं?

आरएन: हाँ, सुपरसोनिक उड़ान के बारे में बहुत चर्चा थी, लेकिन लॉन्च वाहनों और उपग्रहों पर भी आपके पास शॉक्स हैं। यदि आपके पास एक विमान सुपरसोनिक मैक नंबरों पर उड़ रहा है, तो इसके साथ इसके विंग के अग्रणी किनारे पर और नोज़ के आसपास एक शॉकवेव है। कहीं और भी और शॉक्स हो सकते हैं।

क्या 1947 में चार्ल्स येजर ने सुपरसोनिक उड़ान हासिल नहीं की थी ?

आर एन: यह सही है। यह ज्ञात था कि सुपरसोनिक उड़ान संभव था और विमान दुर्घटनाग्रस्त या कुछ ऐसा नहीं होगा। वे ध्वनि अवरोध को तोड़ने वाले पहले व्यक्ति थे। लेकिन फिर भी, सुपरसोनिक प्रवाह को वास्तव में समझने वाले लोगों की संख्या उस समय बहुत बड़ी नहीं थी। जब मैं अमेरिका गया, तब यह एक मानक डिग्री पाठ्यक्रम था। लेकिन यह अभी भी एक नया विषय था; बोल्ट्जमैन समीकरण और भी नया था।

इस बारे में तर्क होते थे कि शॉकवेव के अंदर क्या होता है, और आप बोल्ट्जमैन समीकरण का उपयोग कैसे करते हैं। कंप्यूटर अभी आए ही थे, और मैंने सोचा कि बोल्ट्जमैन समीकरण के संख्यात्मक सिमुलेशन की कोशिश तथा शॉक संरचना पर इसके निष्कर्ष, एक अच्छी समस्या होगी। मेरी थीसिस किसी तरह जेपीएल तक पहुँच गई थी और किसी ने उसे देख लिया था, और इस आदमी ने आकर कहा, “आपने यह सुझाव दिया है। अभी-अभी मुझे पहला बड़ा आईबीएम कंप्यूटर प्राप्त हुआ है।” अब मैं भूल गया हूँ कि यह कौन सा कंप्यूटर था, मुझे लगता है कि यह आईबीएम 350 या कुछ ऐसा ही - उस समय का सबसे बड़ा और सबसे तेज कंप्यूटर था अगर आप अंतरिक्ष कार्यक्रम के लिए परिणाम चाहते थे। जेपीएल इसे सबसे पहले प्राप्त करने वालों में से एक था। तो वह आया और कहा, "हमारे नए कंप्यूटर पर शॉक संरचना की समस्या के बारे में काम करने के बारे में क्या विचार है?"

लीपमैन ने इसे मंजूरी दी। वास्तव में, लीपमैन ने ही उसे मेरे पास भेजा था। इसलिए काम वास्तव में कंप्यूटर पर किया गया था और हमें समाधान मिले थे। ये समाधान एक बार फिर बीजीके

समीकरणों के थे। एक बार फिर, यह आपको एक तरीका बताता है कि क्या होता है, लेकिन कंप्यूटर अभी भी सीधे बोल्ट्जमैन समीकरण को हल करने के लिए पर्याप्त रूप से शक्तिशाली नहीं थे।

आपके प्रश्न पर वापस आते हैं, हाँ, स्पुतनिक के लॉन्च ने मेरे कार्यक्रम को बदल दिया। मैंने दुर्लभ गैस गतिकी पर बहुत काम किया, और इसे करने में मुझे मजा आया।

काम का यह तरीका जो दुर्लभ गैस गतिकी पर सामने आया, क्या आप आईआईएससी में एक संकाय सदस्य के रूप में शामिल होने के बाद उस पर आगे काम करने में सक्षम थे? क्योंकि आपने उल्लेख किया है कि उस समय इन संख्यात्मक सिमुलेशन को करने के लिए, नवीनतम कंप्यूटर की आवश्यकता थी।

आर एन: यह ठीक बात है।

और मुझे लगता है कि उस समय आईआईएससी के पास कंप्यूटर होना कुछ मुश्किल था।

आर एन: हाँ, आईआईएससी के पास उस समय कंप्यूटर नहीं थे।



आर एन धवन के साथ सौजन्य रोदम नरसिंह

कैलटेक से आईआईएससी में आना

तो क्या आप इन रुचियों को आगे तक ले जाने में सक्षम थे? क्योंकि एक चीज जो हमें पता है वह यह है कि आपको उन समस्याओं को उठाने में सुरुचि थी जो आपके पास उपलब्ध संसाधनों के आधार पर हल करने योग्य थीं। क्या यह आपने सतीश धवन के साथ काम करते हुए अर्जित किया था?

आरएन: देखिए, दो चीजें हुईं। जब मैं यहाँ आया, तो हमारे पास कंप्यूटर नहीं था और मैं वह काम करने में सक्षम नहीं था जो मैं संयुक्त राज्य अमेरिका में किया था। लेकिन दुर्लभ गैस गतिकी में बहुत सारी समस्याएं थीं, जिनमें से कुछ सैद्धांतिक थीं। एक समस्या थी जिस पर मैंने वहाँ कैलटेक में काम करना शुरू कर दिया था, लेकिन उसे मैं पूरा नहीं कर पाया था। एक बार फिर, गणित का एक भाग! [हँसते हैं] इसलिए मैंने उस पर काम करना जारी रखा। जैसा कि आपने कहा, मैंने यह भी तय किया, कि जब हम उन चीजों को करने की कोशिश करते हैं जो कहीं और नहीं की

जा रही हैं, तो अपने पास उपलब्ध संसाधनों का उचित उपयोग करते हुए, हमें उन समस्याओं को भी उठाना चाहिए जो कि मुमकिन हैं। अब इसका कारण यह है कि मैंने इसे अपने आप के सामने इस तरह से रखा कि यदि आप एक ऐसी समस्या पर काम करना शुरू करते हैं जिस पर अमेरिकी काम कर रहे हैं, जैसा कि निश्चित रूप से यहाँ बहुत से लोग करते हैं, ठीक है, आप बिना उन सुविधाओं के उनके साथ प्रतिस्पर्धा कर रहे हैं, जो उनके पास हैं।

तब तक मैंने अपने लिए एक सबक भी सीख लिया था, जिसे यूँ कहें - कि बहुत सारी समस्याएँ हैं जो दिलचस्प और महत्वपूर्ण हैं और वास्तव में उन पर कार्य किया जा सकता है, लेकिन संयुक्त राज्य अमेरिका में उन पर उतना ध्यान नहीं दिया जाता जितने की वे हकदार हैं और इसके विभिन्न कारण हैं। वही मुख्य सीख मुझे धवन के साथ दो साल शोध करने के बाद मिली-कि समस्याएँ हैं जिनका निपटारा करने की आवश्यकता है, जिनका सामना किया जाना बहुत जरूरी है, और यह एक अच्छा मौका है कि आप इसे यहीं भारत में कर सकते हैं। तो आप उन समस्याओं को उठाएँ। आप यह नहीं कह सकते हैं, "ठीक है, कैलटेक वहाँ कर रहा है, इसलिए मैं भी इसे यहाँ करूँगा।" लेकिन अगर आप जानते थे कि कैलटेक क्या नहीं कर रहा है - लेकिन किया जा सकता है-तो आप वह यहाँ कर सकते हैं।

मैंने आपको यह कहानी पिछली बार बता चुका हूँ - कि जब मैंने कैलटेक छोड़ा, तो उन्होंने सोचा कि मैं भारत वापस नहीं जाऊँगा। वे कल्पना नहीं कर सकते थे कि मैं भारत वापस आ सकता हूँ और उन समस्याओं पर काम नहीं करूँगा, जिन पर मैंने कैलटेक में रहते हुए काम किया था। लेकिन मैंने हर हालत में अपना मन बना लिया था। इसलिए मैं वापस आ गया, लेकिन जैसा कि मैंने उस सैद्धांतिक समस्या को पूरा नहीं किया था, मैं वास्तव में छह महीने के भीतर वापस चला गया था; क्योंकि उन्होंने कहा, "तुम्हें पता है कि तुम्हारी खोज पूरी नहीं हुई है। हम आपको आमंत्रित करते हैं कि यहाँ आओ और गर्मियों में दो या तीन महीने बिताओ और खोज को पूरा करो"। तो मैं वास्तव में वापस चला गया, वहाँ स्थायी रूप से रहने के लिए नहीं, बल्कि सिर्फ गर्मियों के लिए। इसलिए यह खोज आंशिक रूप से कैलटेक में और आंशिक रूप से बैंगलोर में की जा रही थी, और कुछ प्रयोग थे जो वे कर रहे थे। मैंने उनमें थोड़ा बहुत हिस्सा लिया।

लेकिन संस्थान [आईआईएससी] में भी, दिलचस्प चीजें चल रही थीं। मैं जानता था कि संस्थान में क्या हो रहा था। तब मैं एक बार फिर वापस आया और उन समस्याओं को उठाया जो आप यहाँ कर सकते हैं। उनमें से कुछ समस्याएँ थीं जो पहले यहाँ काम करने के द्वारा सुझाई गई थीं, और कुछ अन्य उन छह-सात वर्षों के दौरान सामने आई थीं जब मैं दूर था।

मैंने अशांत प्रवाह पर काम करने का फैसला किया। धवन के साथ अपने दो साल के दौरान मैंने जो किया था, उसमें बदलाव थे। इनमें से एक समस्या थी, रिलेमिनराइजेशन। प्रवाह आमतौर पर लामिनार से अशांत होते हैं और उस समय सामान्य धारणा यह थी कि एक बार जब यह अशांत

हो जाता है, तो यह वापस लामिनार नहीं हो सकता है। लेकिन यू एस और यूके में 1950 के दशक में ऐसे प्रयोग हुए जिनसे कुछ सबूत मिले कि कुछ परिस्थितियों में अशांत प्रवाह लामिनार में वापस जा सकता है। कुछ कारणों से, इसने संयुक्त राज्य अमेरिका में ज्यादा ध्यान आकर्षित नहीं किया था, शायद इसलिए कि सबूत बहुत कम थे, और पर्याप्त रूप से विश्वासप्रद नहीं थे।

जब 1962 में मैं वापस आया, तो मैंने पाया कि यह एक आकर्षक लेकिन उपेक्षित समस्या है, इसलिए मैंने इस पर अध्ययन करने के लिए एक कार्यक्रम शुरू किया। इस समस्या पर, यहाँ कुछ कार्य पहले से ही किया गया था, और यह अंततः एक बड़ी परियोजना बन गई। इसका अध्ययन करने के लिए पहले प्रयोगों में से कुछ यहाँ किए गए थे, जैसे कि पहला वास्तविक सिद्धांत था, जो मुझे लगता है कि समय की कसौटी पर खड़ा है। यह के. आर. श्रीनिवासन (केआरएस) की थीसिस का विषय था।

अशांत प्रवाहों का रिलेमिनराइज़ेशन

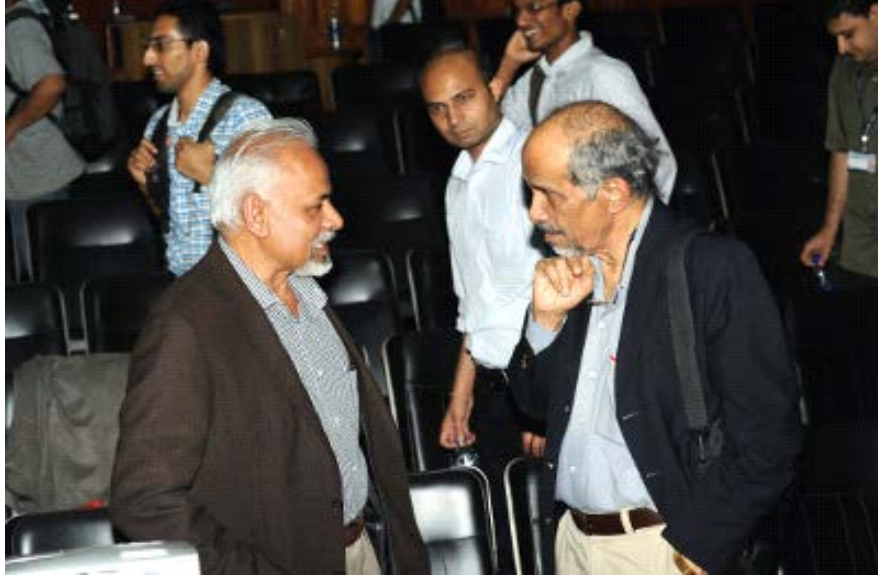
उनकी थीसिस अशांत प्रवाह के रिलेमिनराइज़ेशन पर थी?

आरएन: यह विशेष रूप से एक अशांत परिसीमा की परत के रिलेमिनराइज़ेशन पर था और मुझे लगता है कि यह बहुत अच्छा काम था।

श्रीनिवासन हमारे सबसे प्रतिभाशाली छात्रों में से एक था। वह अपने एक उत्कृष्ट अकादमिक रिकॉर्ड के साथ आया, हर जगह शीर्ष पर रहा - उसने बाद में संस्थान में भी शीर्ष स्थान हासिल किया। उसने आकर मुझसे कहा, "मैं यहाँ अपनी पीएचडी करना चाहता हूँ।" उस समय, मेरी रूचि दो विषयों में थी - रिलेमिनराइज़ेशन और बोल्ट्जमैन समीकरण। केआरएस की दोनों में दिलचस्पी थी और उसने दोनों पर काम शुरू किया! हमारे पास सलाहकार के रूप में श्याम मनोहर देशपांडे भी थे। देशपांडे की थीसिस शाँक संरचना पर थी - बीजीके मॉडल के साथ नहीं, बल्कि पूर्ण बोल्ट्जमैन समीकरण के साथ।

हमने जल्दी ही रिलेमिनराइज़ेशन पर बहुत अधिक प्रगति कर ली। यह वास्तव में ज्यादा दिलचस्प था क्योंकि इस पर उतना ध्यान नहीं दिया गया था जितना दिया जाना चाहिए था। अमेरिका बोल्ट्जमैन समीकरण पर बहुत अधिक ध्यान दे रहा था।

श्रीनिवासन हमारे सबसे प्रतिभाशाली छात्रों में से एक था



आईआईएससी शताब्दी सम्मेलन, 2009 के अवसर पर आर एन, के.आर. श्रीनिवासन के साथ सौजन्य: रोडम नरसिंह

संभवतः अंतरिक्ष कार्यक्रम की प्राथमिकताओं के कारण ।

आरएन: बिल्कुल । रिलेमिनराइजेशन में कुछ प्रारंभिक मापन आईआईएससी में मेरे सहयोगियों में से एक एम.ए. बद्दीनारायण द्वारा किए गए थे । उनके एक छात्र के द्वारा भी कुछ मापन किए गये । कोई नहीं जानता था कि इन प्रवाहों में क्या हो रहा था, और इसके लिए कोई भौतिक मॉडल नहीं था । यही श्रीनिवासन की थीसिस ने बताया । उस समय हमारे यहाँ प्रयोगों से हमें प्राप्त अल्प डेटा से, तथा हमारे इस सिद्धान्त के आने के ठीक पहले, अमेरिका से लेस्ली कोवास्ज़ने द्वारा प्रयोगों की एक और श्रृंखला से, ऐसा देखा जा सकता था कि इसने बहुत अच्छी तरह से काम किया ।

इसलिए हमने इन प्रायोगिक अवलोकनों को भी समझाने की कोशिश की, और यह दिखाया कि हमारा मॉडल भविष्यवाणियाँ कर सकता है, जिनका महत्व था । हमें पता चला कि कुछ परिस्थितियाँ थीं जहाँ हम यह अनुमान नहीं लगा सकते थे कि क्या हो रहा है, लेकिन इसके अलावा बाकी नियंत्रण में था, और हम वास्तव में कह सकते थे कि वास्तव में क्या होता है और इसका एक प्रभाव भी था । वैसे भी, उस समय, यही एकमात्र सिद्धांत उपलब्ध था ।

लोगों को यह समझने में कुछ साल लग गए कि हमारे मॉडल में कुछ था । इसलिए श्रीनिवासन और मैंने वह पेपर² लिखा और कुछ समय बाद, हमने 1979 में एक समीक्षा लिखी, और दिखाया कि कई अन्य स्थितियाँ भी हैं, जिनके तहत रिलेमिनराइजेशन हो सकता है ।

लेकिन कोलमोगोरोव हमें बताता है कि आप हमेशा एक प्रवाह द्वारा लामिनार से टरब्यूलेंट तक जाने की उम्मीद करते हैं, और यह कभी भी पीछे नहीं हटता है तथा अंत में दूर हो जाता है । कोलमोगोरोव की थीसिस के प्रकाश में, कोई व्यक्ति किस तरह से रिलेमिनराइजेशन को देखे ?

This article was first published in *Bhāvanā*, the mathematics magazine, as [Aakaasha Raaya, Roddam Narasimha](#) in Conversation and is translated and republished here with permission.

आरएन: देखिए, मुझे इसे इस तरह से रखना चाहिए। हालाँकि यह सच है कि ज्यादातर लोग आमतौर पर मानते हैं कि केवल लामिनार प्रवाह टरब्यूलेंट तक जाता है, टरब्यूलेंट-से-लामिनार का उल्टा संक्रमण आवश्यक रूप से अपने आप नहीं होता है। यह आमतौर पर एक एजेंट के माध्यम से होता है जिससे आपने उस प्रभाव के लिए सोचा नहीं होगा।

मैं आपको एक उदाहरण बताता हूँ जहाँ न तो कोलमोगोरोव और न ही रेनॉल्ड्स गलत साबित हुए होंगे। मान लीजिए कि आपके पास एक प्रवाह है। मान लीजिए कि आप एक पाइप लेते हैं और इसमें प्रवाह टरब्यूलेंट में आ रहा है। अब, पाइप का व्यास बढ़ाना शुरू करें। प्रवाह का वेग नीचे जाना शुरू हो जाएगा। लेकिन अगर वेग, व्यास के ऊपर जाने की गति से अधिक तेज गति से नीचे जाता है, तो रेनॉल्ड्स के नंबर कम हो जाएँगे तथा इस बढ़ते पाइप में वेग, द्रव्यमान का संरक्षण रखते हुए, नीचे चला जाएगा और रेनॉल्ड्स संख्या नीचे जाएगी। यदि रेनॉल्ड्स संख्या क्रान्तिक मान से नीचे जाती है, तो यह लामिनार होगा। न तो रेनॉल्ड्स और न ही कोलमोगोरोव यहाँ हैरान हुए होंगे।

हालाँकि, उन परिस्थितियों में भी रिलेमिनराइजेशन देखा गया जिनमें आपने आमतौर पर यह संदेह नहीं किया होगा कि उनमें यह होगा, जैसे कि जब आप प्रवाह में तेजी लाते हैं। इसके विपरीत, अभी ऊपर उद्धृत पाइप वाले उदाहरण में, प्रवाह कम हो जाता है।

आप एक परिसीमा परत (boundary layer) लेते हैं - यह एक निश्चित वेग के तहत घूम रहा है - और आप गति बढ़ाते हैं; जैसे कि, इसे दोगुना या तिगुना करते हैं। तब, परिसीमा परत अब उस तरह से व्यवहार नहीं करती है जिस तरह से त्वरित होने पर अशांत परिसीमा परत के व्यवहार की उम्मीद थी।

क्या यह रेनॉल्ड्स संख्या की परवाह किए बिना है? बहुत अधिक रेनॉल्ड्स संख्या में भी?

आर एन: यही तो कुंजी है। उच्च रेनॉल्ड्स की संख्या पर भी। अब, मैं आपको बताता हूँ कि मेरे एक मित्र ने ये प्रयोग किए। वह एक निष्कर्ष पर पहुँचा, जिस पर मैं वास्तव में विश्वास नहीं कर सकता था, वह यह था कि जब आप प्रवाह को तेज करते हैं, तो रेनॉल्ड्स संख्या इतनी कम हो जाती है कि यह क्रान्तिक से भी नीचे चला जाता है, और इस प्रकार प्रवाह लामिनार होने पर वापस आ जाता है।

खैर, रेनॉल्ड्स संख्याओं के बारे में हमने जो सीखा था, उससे यह मानक तार्किक व्याख्या होगी। लेकिन कोवास्ज़ने का पेपर ठीक उसी समय आया था जब हम अपने पेपर को अंतिम रूप दे रहे थे, एक निश्चित रूप से उच्च रेनॉल्ड्स संख्या में रिलामिनराइजेशन की रिपोर्ट कर रहे थे; और जहाँ प्रवाह "क्रान्तिक" रेनॉल्ड्स संख्या से नीचे नहीं गया था, लेकिन इसने पहले से ही अलग तरह से

व्यवहार करना शुरू कर दिया था। इसलिए, वास्तव में, जिस समस्या को हमने हल करने के लिए निर्धारित किया था वह यह था: यह कैसे हो सकता है कि जब रेनॉल्ड्स संख्या एक तथाकथित क्रान्तिक मान से अधिक है तब भी प्रवाह लामिनार हो?

अब, प्रवाह का लामिनार होने के लिए क्या मतलब है? यदि आप मूल सिद्धांतों से शुरू करते हैं, तो लामिनार की साधारण परिभाषा यह होगी: आप प्रवाह के वेग के उतार-चढ़ाव को मापते हैं; यदि वेग में उतार-चढ़ाव यादृच्छिक है, तो यह अशांत है। लेकिन यह बहुत सरलीकृत करना है, क्योंकि निष्क्रिय अशांत उतार-चढ़ाव हो सकते हैं, अर्थात्, आप उतार-चढ़ाव का निरीक्षण करेंगे, लेकिन ये सभी गतिशीलता का निर्धारण बिलकुल भी नहीं करते हैं।

हमने रिलामिनराइजेशन प्रवाहों में जो पाया कि उनमें थोड़ी बहुत अशांति बनी हुई है - उतना नहीं जितनी आप उम्मीद करेंगे - लेकिन इसका प्रवाह पर कोई प्रभाव नहीं पड़ा। यदि मैंने रेनॉल्ड्स समीकरणों में अशांति शब्दों के बिना मॉडल को शामिल किया, तो यह डेटा को फिट करता है। तो, ये सभी अवधारणाएँ थीं जो तब बहुत नई थीं, और एक-एक करके, इन बातों का ध्यान रखा गया। हम अंततः लगभग सब कुछ व्याख्या सकते हैं।

आपने उच्च रेनॉल्ड्स संख्या के बारे में प्रश्न पूछा। बहुत अधिक रेनॉल्ड्स की संख्या में विमान के पंखों पर रिलामिनराइजेशन पाया गया है। हमने 1979⁸में अपनी समीक्षा लिखी, 1990 के दशक तक, ऐसा लग रहा था कि रिलामिनराइजेशन में रुचि घट गई थी। हमने भी बादलों और प्रत्यक्ष संख्यात्मक सिमुलेशन पर अधिक काम करना शुरू कर दिया।

लेकिन उच्च रेनॉल्ड्स संख्या वाली बात निर्णायक रूप से तय नहीं हुई थी। लोगों ने देखा था कि उतार-चढ़ाव झूलते विंग्स पर नीचे होते हैं। बोइंग को 737 के पंखों पर इसका पता चला, लेकिन किसी को नहीं पता था कि इसे कैसे समझा जाए। इस समय तक, लोग बेहतर इंस्ट्रुमेंटेशन का निर्माण कर रहे थे जैसे कि लेजर पार्टिकल इमेजिंग वेलोसिमिटी वगैरह। इसलिए पिछले 15 वर्षों में, उच्च रेनॉल्ड्स संख्या में रिलामिनराइजेशन में रुचि का पुनरुत्थान हुआ है। अब जो सबसे अधिक हासिल किया गया है, वह 5000 है, जो कि संवेग की मोटाई के आधार पर है, जो सीमा परत की मोटाई के आधार पर लगभग 100,000 होगी, और यह लंबाई के आधार पर अधिक से अधिक परिमाण का एक और क्रम होगा। तो यह एक बहुत ही उच्च रेनॉल्ड्स संख्या है।

**हमारे शरीर में हर समय रिलामिनराइजेशन हो रहा है,
वस्तुतः हमारी नाक के नीचे**

जर्मनी में फ़र्नहोलज़ और वॉर्नैक का भी यही काम था, जिन्होंने लगभग 2500-3000 पर कुछ उच्च रेनॉल्ड्स संख्या प्रयोग किए थे। तो उन्होंने वास्तव में हमारे सिद्धांत को बहुत करीब से जाँचा, और

पाया कि यह सही था। हमारी थ्योरी को अस्वीकार नहीं किया गया था, और अपेक्षाकृत उच्च रेनॉल्ड्स संख्या में पहली बार बहुत प्रत्यक्ष पुष्टि हुई थी।

रोज़मर्रा की जिंदगी में रिलामिनराइज़ेशन

वास्तव में, क्या ये वे प्रवाह हैं जो हम रोजमर्रा की जिंदगी में देख सकते हैं? उदाहरण के लिए, जब आप पानी का नल खोलते हैं?

आरएन: अब जो हमने वास्तव में काम करते हुए इतने वर्षों में सीखा था, वह यह था कि वस्तुतः रिलामिनराइज़ेशन उतना दुर्लभ नहीं है जितना कि लोगों ने सोचा था। पहले, कई लोगों को लगा कि यह असंभव है। आप जानते हैं, यह कहने में कठिनाई कि किसी न किसी तरह अव्यवस्था से व्यवस्था के लिए जाने पर थर्मोडायनामिक्स विरोधाभास लगता है, लेकिन ऐसा नहीं है, क्योंकि सिस्टम खुला है। लेकिन हमने पाया कि ऐसे कई मामले थे जहाँ ऐसा होता है - यह वास्तव में हर समय हो रहा है। उदाहरण के लिए, यह हमारे फेफड़ों में होता है। अगर आपने जॉगिंग की है या अपने आपको व्यायाम से थकाया है, और इसलिए जोर से साँस ले रहे हैं, तो आपके फेफड़ों में रेनॉल्ड्स संख्या प्रवाह को अशांत करने के लिए पर्याप्त अधिक है।



आर एन की जेएनसीएएस आर में लेब सौजन्य: रोदम नरसिंह

फेफड़ों के अंदर?

आरएन: फेफड़ों के गहरे अंदर नहीं, जहाँ छोटी केशिकाओं में ब्रॉन्किओल्स की एक बड़ी संख्या होती है। प्रवाह वहाँ अशांत नहीं हो सकता क्योंकि वहाँ रेनॉल्ड्स संख्या बहुत कम होती है। हमारे शरीर में हर समय रिलामिनराइज़ेशन हो रहा है, वस्तुतः हमारी नाक के नीचे।

फिर यह वायुमंडल में होता है। उदाहरण के लिए, सूर्यास्त के समय-हालाँकि आजकल बैंगलोर में यह इतना आसान नहीं है - आपने कभी-कभी एक दूसरे के ऊपर गोल आकार बनाते बड़े

बुलबुलेदार बादलों को देखा होगा। – तब कुछ घटित होता है और वे एकदम चिकने टॉप में समतल हो जाते हैं; बादल उठना बंद हो जाता है। क्योंकि सूरज ढलने के साथ ही हवा के ठण्डे होने से पहले जमीन ठंडी हो जाती है। इसलिए, निचले वातावरण में एक "व्युत्क्रम" है: तापमान गिरने के बजाय ऊँचाई के साथ बढ़ता है। तो ठंडा बादल हवा में उठ नहीं सकता है, अक्सर स्तर पर रहता है, और अशांत को प्रवाह द्वारा अधिक मदद नहीं मिलता।

लैब में बादल प्रवाह बनाना

हाल के वर्षों में, जेएनसीएसआर में आपके काम में, आप क्लाउड फॉर्मेशन पर अधिक ध्यान केंद्रित कर रहे हैं। आपने एक क्लाउड चेंबर बनाया है जहाँ आप कृत्रिम रूप से बादल उत्पन्न कर सकते हैं?

आरएन: सबसे पहले, काम वास्तव में आईआईएससी में वायुमंडलीय और समुद्र विज्ञान केंद्र (सीएओएस) में शुरू हुआ। हम वास्तव में बादल पैदा नहीं कर रहे हैं, हम बादल प्रवाहों को पैदा कर रहे हैं। मैं दोनों के बीच अंतर करूँगा। दोनों के बीच अंतर करने का कारण यह है कि एक बादल में जल वाष्प, पानी की बूंदें, एरोसोल, विकिरण, आदि होना चाहिए, और जल वाष्प संघनक होने चाहिए तथा उष्मा निकालना चाहिए।

हम यहाँ यह कह रहे हैं कि बादल का निर्माण मुख्य रूप से एक जटिल तरल गतिकीय समस्या है। सवाल यह है कि इसका सरलतम स्वरूप क्या है अन्यथा जटिल तरल गतिकीय समस्या को एक साथ रखा जा सकता है, जहाँ प्रवाह में वास्तविक क्यूम्यूलस क्लाउड की तरह मूल प्रवाह की विशेषताएँ होती हैं, जैसे कि, उनकी आकृति, विकास दर, प्रवेश की विशेषताएँ आदि। यहाँ तक कि अगर यह कम से कम प्रथम परिमेय सन्निकटन के लिए किया जा सकता है, तो अन्य विवरणों को उत्तरोत्तर शामिल किया जा सकता है।

अब, यह सच नहीं है, संयोग से, कि किसी ने अभी तक ऐसे मॉडल का प्रयास नहीं किया है। कैम्ब्रिज में जे. स्टीवर्ट टर्नर प्रथम अन्वेषक थे, लेकिन क्लाउड आकृतियों को पुनः पैदा नहीं किया जा सका। यह मुझे असाधारण लग रहा था कि यहाँ एक समस्या है जहाँ हम एक ऐसी घटना की बुनियादी बातों को भी नहीं समझते हैं जिसे हम रोज़ अपनी आँखों से देखते हैं, और इसके अलावा मानसून और वैश्विक जलवायु परिवर्तन के केंद्र में भी है। हालाँकि, अब ऐसे समूहों की एक छोटी संख्या है।

बादलों के लिए गणितीय मॉडल भी हैं, लेकिन वे बड़ी संख्या में धारणा बनाते हैं और एक-दूसरे से व्यापक रूप से भिन्न होते हैं। यह थोड़ा सा उस तरह से है जिस तरह से इंजीनियर अशांत प्रवाह करते हैं। तो यह मुझे एक बार फिर से लगा कि समस्या पर वास्तव में अच्छे तरह से काम करने

की जरूरत है, लेकिन इस पर पर्याप्त ध्यान आकर्षित नहीं किया गया था। वह उसी तरह की चीज थी, जिस तरह की चीज की तलाश में मैं था, इसलिए मैंने बादलों पर प्रोजेक्ट शुरू किया। और हमारे पहले महत्वपूर्ण प्रयोग जी.एस. भट की पीएचडी थीसिस में थे।

लगभग दो साल पहले, नेचर में एक पेपर था जिसमें अल्पकालिक मौसम की भविष्यवाणी की सटीकता के बारे में बात की गई थी। यह तर्क दिया कि यदि आप एक दिवसीय और तीन-दिवसीय पूर्वानुमानों के क्षितिज को देखते हैं, तो वे लगातार बेहतर हो रहे हैं। ऐसा कैसे संभव है जब हम क्लाउड निर्माण पर कोई नियंत्रण रखते प्रतीत नहीं होते हैं?

आरएन: उन्होंने कहा कि यह बेहतर हो रहा है। उन्होंने यह नहीं कहा कि यह बहुत अच्छा था [हंसते हैं] वे बेहतर हो रहे हैं, यह सच है। वे आंशिक रूप से बेहतर हो रहे हैं क्योंकि क्लाउड मॉडल बेहतर हो रहे हैं और अधिक परिष्कृत हो रहे हैं, और कंप्यूटर अधिक शक्तिशाली हो गए हैं और हमारे पास अवलोकनों से बहुत अधिक डेटा है। मुझे लगता है कि हम इन बादलों को देखने के लिए लार्ज एड्डी सिमुलेशन (एलईएस) करने में सक्षम होने के काफी करीब हैं। लेकिन हाल ही में नेचर में एक और लेख भी आया जिसमें भौतिकविदों से बादलों पर बहुत अधिक शोध करके हमारे ग्रह को बचाने की अपील की गई!

लेकिन, उन मॉडलों में भी, अगर यह पूछा जाए कि "बादल के अंदर क्या हो रहा है क्या आप मुझे इस यांत्रिकी के बारे में बता सकते हैं?", तो आप कुछ अधिक नहीं बता पाएंगे।

उड़न-योग्यता का एक गणितीय मॉडल: एवरो कहानी

आपके प्रकाशन रिकॉर्ड में कुछ प्रायोगिक परियोजनाएँ हैं जो हमारे पास थीं। उनमें से एक परियोजना एक जाँच थी जिसे आपने 1970 के दशक में एवरो 748 नामक विमान पर उसकी उड़न-योग्यता की जाँच करने के लिए किया था। यह उन सभी सैद्धांतिक जाँचों से बहुत अलग है, जिन्हें आपने द्रव यांत्रिकी में किया है। यह कैसे घटित हुआ?

आरएन: एक दिन, 1 दिसंबर 1970 को, एवरो 748 उड़ाने वाले भारतीय एयरलाइंस (आईए) पायलट विमान से बाहर आ गए और इसे उड़ाने से इनकार कर दिया, उनके अनुसार उसकी आरोह दर (climb rate) निर्धारित ब्रिटिश नागरिक हवाई योग्यता विनियमों से कम थी इसलिए विमान असुरक्षित था। इसलिए बहुत सारी उड़ानें रद्द करनी पड़ी थीं।

यही समस्या थी। सरकार ने यह जाँचने के लिए कि विमान सुरक्षित था या नहीं, समितियाँ नियुक्त कीं।

क्या यह उस समय एकमात्र यही विमान सेवा थी?

आरएन: इंडियन एयरलाइंस ने बॉम्बे-पुणे और बेंगलोर-चेन्नई जैसे छोटी दूरी के मार्गों पर 748 उड़ानें भरीं।

समस्या में मेरी रुचि स्टोकेस्टिक प्रक्रियाओं में रुचि से शुरू हुई थी

एक 748 की दुर्घटना के बाद, सरकार ने विमान की उड़न-योग्यता की जांच के लिए सतीश धवन को एक सदस्यीय समिति के रूप में नियुक्त किया। धवन ने उद्योग, वायु सेना और डीजीसीए [नागर विमानन महानिदेशालय] के प्रतिनिधियों की एक सलाहकार समिति का गठन किया था और साथ ही संस्थान [आईआईएससी], एनएएल [राष्ट्रीय एयरोस्पेस प्रयोगशालाओं] और एचएएल [हिंदुस्तान एरोनॉटिक्स लिमिटेड] से और वैज्ञानिकों का एक विश्लेषण समूह का भी गठन किया था।

उस समय के नागरिक उड़न-योग्यता के अधिनियमों के औचित्य का पता लगाने में हमें थोड़ा समय लगा। अंग्रेजों के बनाए पहले प्रमुख विमानन नियम थे जो विभिन्न प्रकार के तकनीकी निष्पादन मापदंडों को निर्दिष्ट करते थे। मैंने कई तरह के अध्ययन किए, जिनमें से एक अध्ययन यह पता लगाना था कि क्या एवरो वास्तव में असुरक्षित था, अर्थात्, इसकी दुर्घटनाओं की संख्या का पता लगाना। तो मैंने डीजीसीए और अन्य देशों से इस पर सभी डेटा प्राप्त किए। मुझे पता चला कि एवरो 748 की दुर्घटना दर किसी भी अन्य विमान से बहुत अलग नहीं थी।



दि एवरो 748रुथ एस विकिमिडिया कॉमन्स

यह अन्य विमानों की तुलना में बहुत अधिक असुरक्षित नहीं था?

आरएन: रिकार्डों ने यह नहीं दिखाया कि यह बहुत अधिक असुरक्षित था। तो मैंने पूछना शुरू किया, "ब्रिटिश इस विमान को कैसे चला रहे हैं?" क्योंकि वे इसे अपने उड़ान-योग्यता अधिनियमों में निर्दिष्ट से कम आरोह प्रवणता (climb gradient) की उड़ान भरने की अनुमति दे रहे थे।

भले ही इसने उनके स्वयं के उड़ान-योग्यता मानदंडों का उल्लंघन किया हो?

आरएन: ऐसा ही लगता है, और अच्छे कारण के साथ जैसा कि पता चला। खैर, हमने विमान, उसके इंजन आदि पर बहुत सारे परीक्षण किए।

ये वे परीक्षण थे कि विमान वास्तव में कहाँ उड़ाया गया था?

आरएन: हाँ वह भी, लेकिन वहीं तक सीमित नहीं था, जहाँ विमान ने वास्तव में एक इंजन पर उड़ान भरी। मुझे अभी भी याद है कि इस तरह की पहली उड़ान परीक्षा कब हुई थी। धवन वहाँ थे, मैं वहाँ था, और सलाहकार समिति के कुछ सदस्य वहाँ थे। पायलट, उस समय के सर्वश्रेष्ठ और सम्मानित विंग कमांडर पद्मनाभ अशोक थे। अशोक, वायु सेना से सेवानिवृत्त होने के बाद, एचएएल के लिए परीक्षण पायलट थे और उसके बाद कुछ वर्षों के लिए एनएएल में काम किया।

इसलिए परीक्षण पायलट को इन परीक्षणों में विमान को उड़ाना था जहाँ कि आप प्रस्थान करते हैं, और एक निश्चित बिंदु पर, उसे एक इंजन बंद करना था।

क्या वह एक दो-इंजन वाला प्रोपेलर विमान था?

आरएन: हाँ, और समस्या आरोह प्रवणता (climb gradient) के बारे में थी जब केवल एक इंजन चालू था।

जब विमान जमीन पर चल रहा होता है, तो एक निर्णायक गति होती है। जैसे ही विमान उस गति से अधिक गति पकड़ता है, उड़ने का निर्णय लिया जाता है और पायलट को कुछ भी करना नहीं होता, केवल उड़ना और ऊपर चढ़ना होता है, भले ही एक इंजन फेल हो जाए।

यद्यपि अशोक ने मजाकिये अन्दाज में कहा, "अगर मैं पेड़ों के पीछे गायब हो जाऊँ, तो कृपया मेरी पत्नी को बता देना!" [हँसते हैं]— उड़ानें बिना किसी रोक-टोक के हो गईं और जो उड़ान परीक्षण तीन दिनों में किए जाने थे हमने एक दिन में समाप्त कर दिए।

मेरे पास यह देखने की जिम्मेदारी थी कि तकनीकी कार्य किया गया था, आरोह दर (climb rate) के लिए पूर्वानुमान बनाए गए थे, डेटा का विश्लेषण हमारे द्वारा किया गया था, इत्यादि। हमेशा यही

दूसरा सवाल रहा कि अंग्रेजों ने इस विमान को उड़ान-योग्य क्यों माना। हमारे पास उड़ान परीक्षणों का वैसा कोई अनुभव नहीं था जिस तरह से अंग्रेजों के पास था। अंग्रेजों ने इसे डीसी3 [डकोटा] के साथ अपने व्यावहारिक अनुभव पर आधारित किया। अधिनियम एक समय में बनाए गए थे, 1930 के दशक में, जब डकोटा बहुत लोकप्रिय हो गया था।

हमने विमान और इंजन के निष्पादन और, विशेष रूप से आरोह प्रवणता (climb gradient) बदलाव का विश्वसनीय डेटा प्राप्त करने में दो साल लगा दिए।

हम उन अध्ययनों को नहीं दोहरा सकते थे जो अंग्रेजों ने किए थे- हमारे पास आंकड़े नहीं थे। इसलिए मैंने सोचा कि हम एक गणितीय मॉडल बना सकते हैं, जिसे मैं स्टोकेस्टिक सुधारात्मक प्रक्रिया कहता था। इस प्रक्रिया में आप संरक्षण द्वारा प्रदर्शन को बेहतर बना सकते हैं अन्यथा, आपके प्रदर्शन की निरंतर गिरावट होगी। आरोह प्रवणता (climb gradient) या इंजन शक्ति जैसे पैरामीटर के लिए डेटा ने जो दिखाया, वह अचानक छलांगो (एक संरक्षण की जाँच के बाद) और जाँच के बीच धीमी गिरावट की एक काल श्रेणी थी। इसमें शामिल सभी परिवर्तनशील तत्व कुछ अर्थों में सांख्यिकीय थे। इसने सुझाव दिया कि प्रदर्शन की काल श्रेणी को स्टोकेस्टिक सुधारात्मक प्रक्रिया (संरक्षण जाँच द्वारा गिरावट में सुधार) कहा जा सकता है।

लेकिन सटीक उड़ान डेटा प्राप्त करना कोई सामान्य कार्य नहीं था; वास्तव में, प्रणोद (thrust) = द्रव्यमान (mass) × त्वरण (acceleration) प्राप्त करना एक साधारण बात नहीं थी, क्योंकि उड़ान के दौरान प्रणोद मान (thrust value) की आवश्यकता थी। जब अंततः इसे प्राप्त कर लिया गया और विश्लेषण समूह की बैठक में एनएएल और एचएएल के हमारे मित्रों द्वारा इसे घोषित किया गया, तो आईआईएससी संकाय में दुर्लभ पीएचडी-धारक पायलट डॉ. रुस्तम दमानिया ने खुशी से कहा, "अहा! न्यूटन सही था!"

तो लंबी कहानी को संक्षेप में कहें, हमने उस स्टोकेस्टिक प्रक्रिया मॉडल को बनाया, जिसमें हमने इन सभी चीजों को रखा। हमने तब स्टोकेस्टिक प्रक्रिया का एक मॉटे कार्लो अनुकरण किया था जो विमान के कार्य-निष्पादन के परिवर्तन को परिभाषित करता है, जो धीरे-धीरे नीचे गिरता है, लेकिन छोटी जाँचों के बाद सुधर जाता है।

यदि आप इस स्टोकेस्टिक प्रक्रिया को समझें, तो क्या यह वह है जिसमें विमान के प्रदर्शन के कुछ माप, जैसे आरोह दर (climb rate), के समय के साथ गिरावट की उच्च संभावना होती है?

आरएन: नहीं, मैं ऐसा नहीं कहूँगा। इसे कहने का सही तरीका यह होगा कि स्टोकेस्टिक प्रक्रिया क्षय पर ध्यान रखती है। क्षय तो हो रहा है, इसमें कोई संदेह नहीं है। हालाँकि, जब इंजन रखरखाव से ताज़ा होता है, तो यह वास्तव में आपको आपकी आवश्यकता से अधिक

प्रणोद(thrust) देता है और फिर, समय के साथ, वह प्रणोद (thrust) कम हो जाता है। एक अच्छे डिजाइन में, आप यह सुनिश्चित करते हैं कि यह कभी भी उड़न-योग्यता विनियमों को पूरा करने के लिए आपको जितना चाहिए उससे नीचे नहीं जाता है, और यह रखरखाव की प्रक्रिया पर भी निर्भर करता है।

तो, हमारे मॉडल में हमने भारत में, वातावरण, तापमान, रखरखाव प्रणालियों वगैरह के कारण क्षय के आंकड़ों को लिया। तो, शुरुआत में यह भारत केन्द्रित था और हमें बड़ी संख्या में परीक्षण करना था, और फिर हमने प्रदर्शन के वास्तविक प्रेक्षित प्रायिकता बंटन (observed probability distribution) को मोंटे कार्लो कोड में फीड किया, जिसे डॉ. एन. रमानी, जो पहले आईआईएससी में मेरे सहयोगी थे, ने लिखा था।

हमने पाया कि दुर्घटना की संभावना वास्तव में काफी कम थी, और परिणाम के बारे में हमें सबसे पहले अपनी टीम को विश्वास दिलाना पड़ा। [हँसते हैं] तो, दुर्घटना की संभावना इतनी कम क्यों थी? इसका उत्तर यह था कि एवरो 748, दो रोल्स रॉयस टर्बो-प्रोप इंजन द्वारा संचालित था। डकोटा, जिस पर अंग्रेजों ने अपने उड़न-योग्यता विनियम आधारित किए थे, उसमें पिस्टन इंजन थे। टरबाइन इंजन की शुरुआत के बाद इंजन की विफलता की संभावनाएं बहुत कम हो गई थीं, जो कि कम गतिमान पुर्जों के कारण आंतरिक रूप से सुरक्षित हैं।

तो, यह हो रहा था। चढ़ाई के दौरान 748 की कुछ दुर्घटनाएँ हुईं क्योंकि इंजनों की विफलता की दर कम थी। इस प्रकार, 748 उड़ान भरने के लिए सुरक्षित था, भले ही इसने ब्रिटिश उड़न-योग्यता विनियमों को पूरा नहीं किया था। इस विचार का परीक्षण करने के लिए, मैंने सर फ्रेडरिक टिम्सम, एक प्रतिष्ठित नेता को लिखा, जो तब तक ब्रिटिश नागरिक उड्डयन प्राधिकरण (सीएए) से सेवानिवृत्त हो चुके थे। उन्होंने मुझसे सहमत होते हुए मुझे लिखा, लेकिन बताया कि ब्रिटिश सीएए को कोड की व्याख्या करने और कुछ रियायतें स्वीकार करने की स्वतंत्रता है, जब तक कि वे इस बात से आश्वस्त हों कि विमान की समग्र सुरक्षा से समझौता नहीं किया जाता है। उन्होंने कोड नहीं बदला था क्योंकि अन्य इंजन थे जो अभी तक इतने विश्वसनीय नहीं थे।

संक्षेप में, समस्या में मेरी रुचि स्टोकेस्टिक प्रक्रियाओं में रुचि से शुरू हुई थी। आखिरकार, अशांत प्रवाह एक स्टोकेस्टिक प्रक्रिया है। बोल्ट्जमैन समीकरण के साथ मेरे अनुभव ने मुझे मोंटे कार्लो कार्यक्रमों से परिचित कराया। इस प्रकार, जबकि समस्या का उस तरह से द्रव यांत्रिकी से कोई लेना-देना नहीं था, हमने द्रव यांत्रिकी में जिन विधियों को सीखा था, वे ठीक वैसी ही थीं, जैसे कि उड़न-योग्यता को देखने के लिए आवश्यक होती हैं।

खैर, ध्वन संतुष्ट थे, और अन्य लोग प्रभावित थे। उन्हें कुछ भी आपत्ति योग्य नहीं मिला, इसलिए रिपोर्ट भेज दी गई थी। ध्वन समिति की रिपोर्ट प्रस्तुत किए जाने के बाद, हमने अंतर्राष्ट्रीय

नागरिक उड्डयन संगठन,¹⁰के बुलेटिन को एक पत्र भेजा, सिर्फ यह सुनिश्चित करने के लिए कि यहाँ समस्या के हल होने के बाद बाहर किसी को आपत्ति नहीं होगी। उन्होंने इसे स्वीकार कर लिया, और पेपर में, हमने जो कुछ किया था उसका संक्षिप्त विवरण दिया। मैंने स्टोकेस्टिक सुधारात्मक प्रक्रिया¹¹ का एक अधिक सैद्धांतिक महत्त्व भी लिखा था।

मैं उस विमान डेटा को प्रकाशित नहीं कर सकता था जिस पर हमें सिद्धांत के मूल्य का आकलन करना था, लेकिन सौभाग्य से हमें उत्तरी अटलांटिक पर उड़ान भरने वाले विमानों की त्रुटियों पर ट्रैक रखने वाले व्यापक अवलोकन डेटा मिला। यह डेटा टकराव को बचाने की एक परियोजना के लिए अधिग्रहित किया गया था। चूंकि ट्रैक-कीपिंग पर विचलन देखा जाता है, सुधार किए जाते हैं; इसलिए यह स्टोकेस्टिक सुधारात्मक प्रक्रिया का एक और दिलचस्प उदाहरण है। अवलोकनों के साथ सैद्धांतिक वितरण की तुलना ने उत्कृष्ट सहमति दिखाई।

इन दो साक्षात्कारों में, हमने विभिन्न संदर्भों में टरब्यूलेंस के बारे में बात की है। उस संबंध में, रिचर्ड फेनमैन का यह उद्धरण है: “अगर हम किसी तारे के विकास को देखते हैं, तो एक बिंदु आता है जहाँ हम यह परिणाम निकाल सकते हैं कि यह संवहन शुरू करने जा रहा है, और उसके बाद हम परिणाम नहीं निकाल सकते कि क्या होना चाहिए। कुछ दसियों लाख साल बाद स्टार में विस्फोट होता है, लेकिन हम इसका कारण नहीं जान सकते।”

आरएन: [हँसते हुए] मैं इस पर विश्वास करता हूँ।

जैसा कि फेनमैन ने भी कहा कि अशांति, चिर-प्रतिष्ठित भौतिकी की अंतिम अनसुलझी समस्या है

क्या आप खुलासा कर सकते हैं कि इस वर्ग की समस्याएँ इतनी कठिन क्या है?

आरएन: यह बस इतना है कि जब प्रवाह अशांत हो जाता है, तो हम इसे समझ नहीं पाते हैं। अब, जो फेनमैन वास्तव में कह रहे थे कि जब तक अशांत प्रवाह सामने नहीं आता हम तारों की भौतिकी को समझ सकते हैं। अशांत प्रवाह आने के बाद, आप उसी स्थिति में होते हैं जैसे हम अब पृथ्वी पर हैं। लेकिन एक बार संवहन अशांत हो जाए, अशांत प्रवाह की मूलभूत समस्या एक बाधा बन जाती है। जैसा कि फेनमैन ने भी कहा कि अशांति, चिर-प्रतिष्ठित भौतिकी की अंतिम अनसुलझी समस्या है।

इसी के साथ, आपके समय के लिए बहुत-बहुत धन्यवाद। हमने आपके साथ एक प्यारी बातचीत की है। भावना में इतना ही। धन्यवाद।

आरएन: आपका बहुत-बहुत धन्यवाद, आपसे बात करके बहुत खुशी हुई ।

अभिस्वीकृति: हम इस साक्षात्कार की सुविधा प्रदान करने के लिए आईसीटीएस के अनुपम घोष को धन्यवाद देते हैं ।

फुटनोट

1. E. Mollo-Christensen and R. Narasimha. 1960. Sound Emission From Jets at High Subsonic Velocities. *Journal of Fluid Mechanics*. **8**(1): 49–60.
2. R. Narasimha. 1960. Nearly Free Molecular Flow Through an Orifice. *Physics of Fluids*. **3**: 476–477.
3. R. Narasimha. 1961. Orifice Flow at High Knudsen Numbers. *Journal of Fluid Mechanics*. **10**(3): 371–384.
4. R. Narasimha. 1962. Collisionless Expansion of Gases into Vacuum. *Journal of Fluid Mechanics*. **12**(2): 294–308.
5. R. Narasimha. 1961. Some Flow Problems in Rarefied Gas Dynamics. PhD thesis at Caltech. https://thesis.library.caltech.edu/4400/1/Narasimha_r_1961.pdf.
6. R. Narasimha. 1968. Asymptotic Solutions for the Distribution Function in Non-Equilibrium Flows. Part 1. The Weak Shock. *Journal of Fluid Mechanics*. **34**(1): 1–24.
7. R. Narasimha and K.R. Sreenivasan. 1973. Relaminarization in Highly Accelerated Turbulent Boundary Layers. *Journal of Fluid Mechanics*. **61**(3): 417–447.
8. R. Narasimha and K.R. Sreenivasan. 1979. Relaminarization of Fluid Flows. *Advances in Applied Mechanics*. **19**: 221–309.
9. P. Bauer, A. Thorpe, and G. Brunet. 2015. The Quiet Revolution of Numerical Weather Prediction. *Nature*. **525**: 47–55.
10. R. Narasimha. 1974. A Statistical Approach to Airworthiness and Flight Safety. *Proceedings of First Seminar on Flight Evaluation*: 80–94.
11. R. Narasimha. 1975. Performance Reliability of High Maintenance Systems. *Journal of the Franklin Institute*. **303**(1): 15–28.